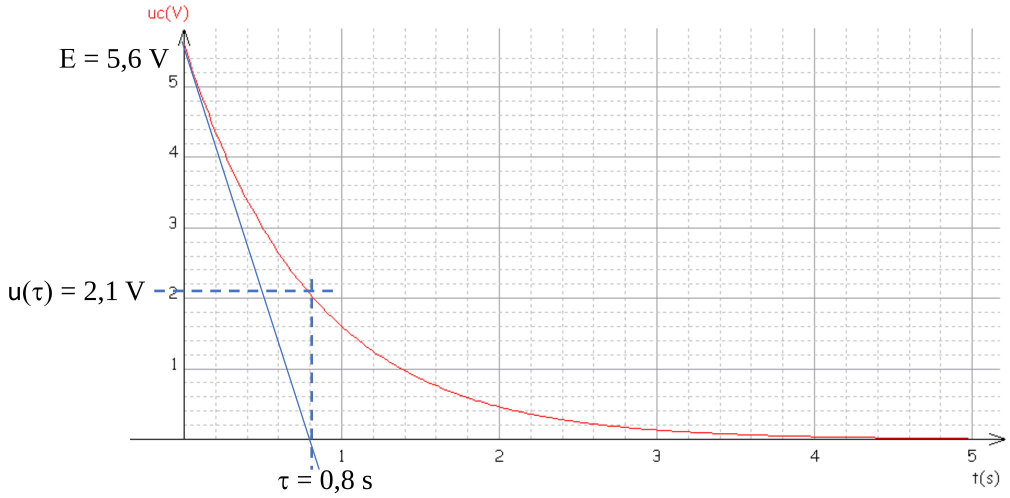
Correction
PHYSIQUE, CHIMIE ET STIMULATEUR CARDIAQUE

1 - Exploitation de la courbe



1-a – Le condensateur est préalablement chargé, donc $u_C(0) = E$.

Graphiquement la valeur de la tension E est : **E = 5,6 V**.

1-b – Pour $t = \tau$, la tension aux bornes du condensateur est égale à 37 % de sa valeur initiale :

$u_c(t = \tau) = 0,37 \times E$

$u_C\,(t = \tau) = 0,37 \times 5,6 = \mathbf{2,1\ V}$

On trace la droite $\mathbf{u_c(t=\tau) = 2,1\ V}$ qui coupe le graphe $u_C(t)$ en un point d'abscisse égale à τ. Graphiquement : $\mathbf{\tau = 0,8\ s}$.

Remarque : on peut aussi utiliser la tangente à l'origine du graphe qui coupe l'axe des abscisses en $t = \tau$. (méthode moins précise).

2 - Détermination de R

2.a. *$u_C(0) = E = u_{AB} = V_A - V_B > 0$, donc l'armature A porte une charge électrique $q_A > 0$. Lors de la décharge du condensateur, q_A va diminuer. L'armature A reçoit des électrons. La valeur de l'intensité sera négative.*

Compte tenu du sens du courant on a : $i(t) = \dfrac{dq_A}{dt} = \dfrac{dq}{dt}$

D'autre part la loi d'Ohm donne : $u_R(t) = R\,.\,i(t)$

2.b. D'après la loi d'additivité des tensions: $u_C(t) + u_R(t) = 0$

Or: $i(t) = \dfrac{dq}{dt}(t) = C.\dfrac{du_C}{dt}(t)$ car $q(t) = C\,.\,u_C(t)$ et C est constante. Donc: $u_R(t) = R\,.\,i(t) = R\,.\,C\,.\dfrac{du_C}{dt}(t)$

En reportant dans (1) il vient : $u_C(t) = R\,.\,C.\dfrac{du_C}{dt}(t)$ soit $R\,.\,C.\dfrac{du_C}{dt} + u_C(t) = 0$

Finalement, en divisant par R.C, on retrouve bien l'équation différentielle demandée: $\dfrac{du_C}{dt} + \dfrac{1}{RC}.u_C = 0$

2.c. Vérifions que la solution proposée $u_C(t) = A\exp(-\dfrac{t}{\tau})$ vérifie l'équation différentielle précédente.

Pour cela exprimons la somme $\dfrac{du_C}{dt} + \dfrac{1}{RC}u_C$: $\dfrac{du_C}{dt} + \dfrac{1}{RC}u_C = -\dfrac{1}{\tau}.A\exp(-\dfrac{t}{\tau}) + \dfrac{1}{RC}\,.\,A.\exp(-\dfrac{t}{\tau})$

$$\frac{du_C}{dt} + \frac{1}{RC}u_C = A\exp(-\frac{t}{\tau}) . \left(-\frac{1}{\tau} + \frac{1}{RC}\right)$$

Or $\frac{du_C}{dt} + \frac{1}{RC}u_C = 0$, cela est vrai si $\left(-\frac{1}{\tau} + \frac{1}{RC}\right) = 0$ car pour tout t le terme $A\exp(-\frac{t}{\tau})$ n'est jamais nul.

Ainsi, la solution $u_C(t) = A\exp(-\frac{t}{\tau})$ est solution si **τ = R.C**.

D'autre part, condition initiale à t = 0 s, $u_C(0) = E$

$u_C(0) = A.\exp(0)$ $\Leftrightarrow$ **A = E**.

Finalement : $u_C(t) = E . \exp(-\frac{t}{\tau})$ avec $\tau = R.C$ et $A = E$

2.d. On a : $\mathbf{R} = \frac{\tau}{C}$ soit $R = \frac{0,8}{0,40\times10^{-6}}$ = **$2\times10^6\ \Omega$ = 2 MΩ.**

3 - Les impulsions

L'évolution de u_R en fonction du temps est donnée par : $u_R(t) = 5,6\exp(-\frac{t}{0,80})$

Remarque: on peut vérifier sur l'expression de $u_R(t)$ les valeurs de E = 5,6 V et τ = 0,8 s car comme on l'a vu précédemment : $u_C(t) = u_R(t)$.

3.a. On a : $u_R(0) = 5,6$ V

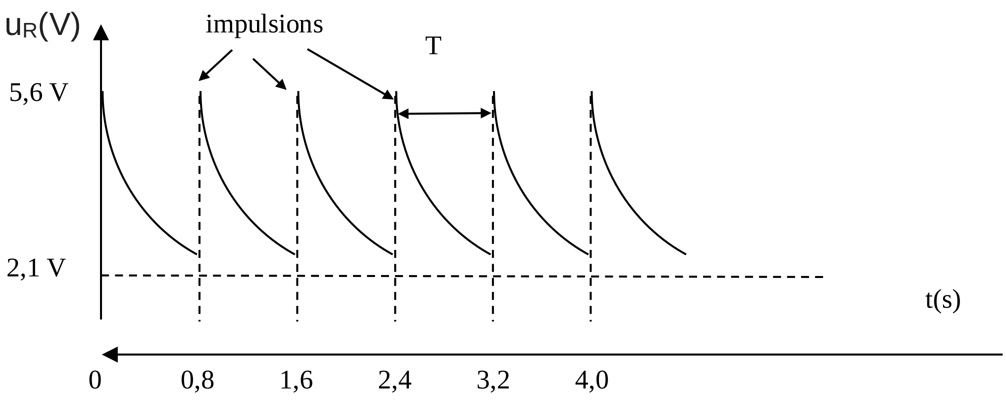
Une impulsion électrique est envoyée au cœur lorsque la tension aux bornes de R atteint e^{-1} *fois sa valeur initiale,* donc $u_R(t_{impulsion}) = e^{-1} . u_R(0)$

$u_R(t_{impulsion}) = e^{-1}\times 5,6$ = 2,1 V.

3.b. $u_R(t_{impulsion}) = e^{-1} . u_R(0) = 5,6\exp(-\frac{t_{impulsion}}{0,80})$ soit $\exp(-1) = \exp(-\frac{t_{impulsion}}{0,80})$ donc **$t_{impulsion}$ = 0,80 s.**

c - Après cette date, l'interrupteur bascule en position 1 et le condensateur se recharge quasiment instantanément.

Allure de $u_R(t)$:



d – La période des impulsions est T = 0,80 s.

La fréquence des impulsions est $f = \frac{1}{T}$

f = 1,25 Hz $\approx$ 1,3 Hz (impulsions par seconde)

soit 1,25 $\times$ 60 = **75 impulsions par minute**.

Cette fréquence cardiaque est bien compatible avec les valeurs habituelles.