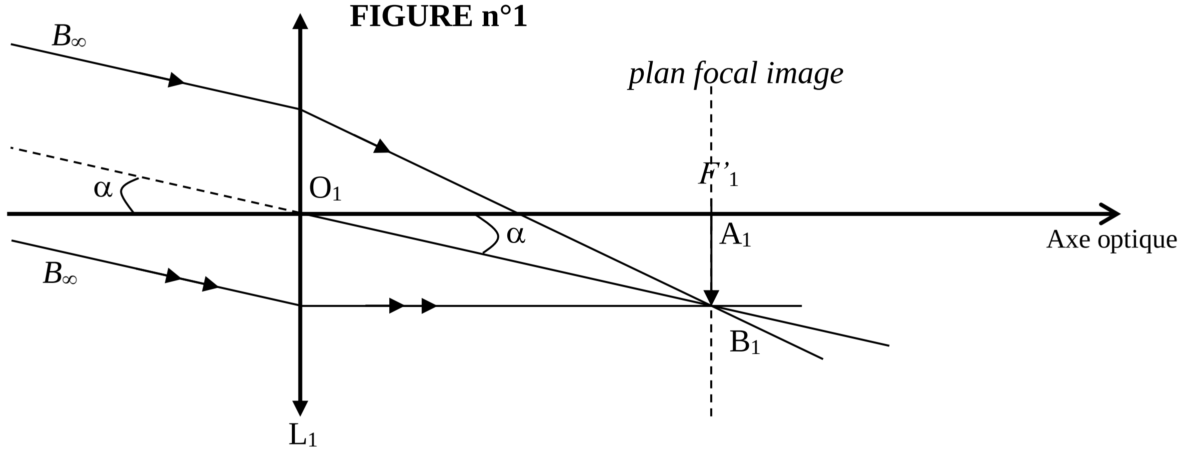
CORRECTION

Exercice 1 : Lunette afocale (7 points)

1.1. L'objet AB étant situé à l'infini, son image A_1B_1 se forme dans le **plan focal image** de l'objectif.



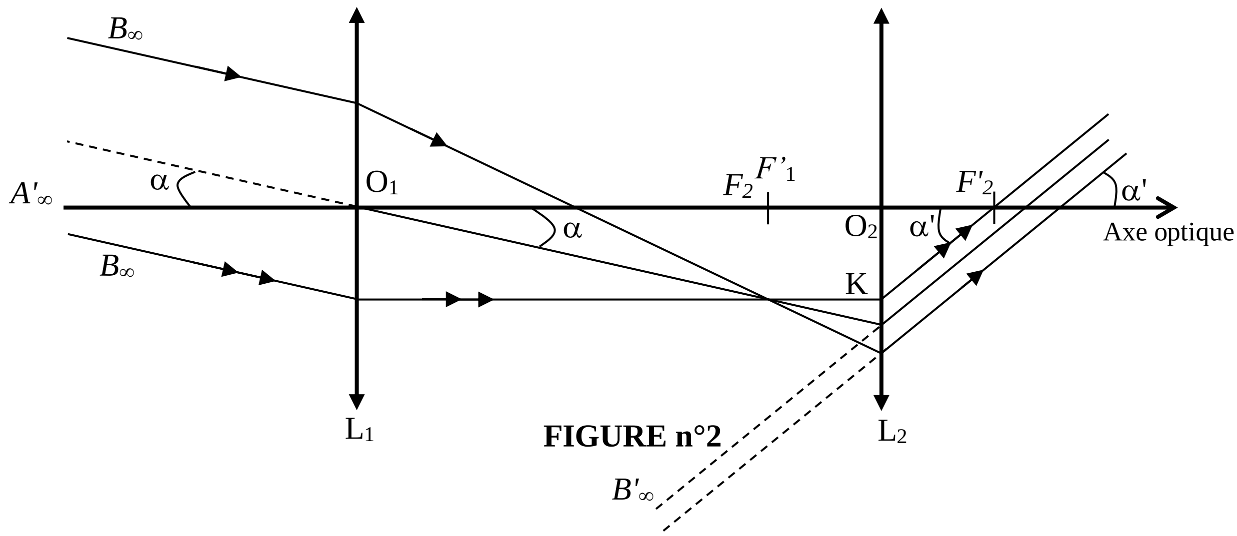
1.2. Dans le triangle (O_1, A_1, B_1) rectangle en A_1 , on a $\tan\alpha \approx \alpha = \dfrac{A_1B_1}{O_1F'_1} = \dfrac{A_1B_1}{f'_1}$

$A_1B_1 = \boldsymbol{\alpha \times f'_1} = 9{,}33\times10^{-3} \times 900 = \mathbf{8{,}40\ mm}$

2.1. On veut que l'image A'B' soit rejetée à l'infini, l'objet A_1B_1 doit être dans le **plan focal objet** de l'oculaire (L_2) . A_1 est confondu avec F_2.

2.2. La lunette est afocale si le foyer objet F_2 de l'oculaire est confondu avec le foyer image F'_1 de l'objectif. On aura les points A_1, F'_1 et F_2 confondus.

3.



F'$_2$ est symétrique de F_2 par rapport au centre optique O_2.
Le rayon ("2 flèches") est parallèle à l'axe optique, il émerge de la lentille en passant par F'$_2$. Les trois rayons émergent de L_2 parallèlement entre eux, car l'image B' est rejetée à l'infini.

4.1. α' est l'angle sous lequel on observe l'image définitive A'B' à travers l'oculaire.

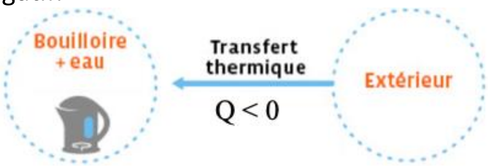
4.2. Dans le triangle (O_2, F'$_2$, K) rectangle en O_2 : $\tan \alpha' = \alpha' = \dfrac{O_2K}{O_2F'_2}$, avec $O_2K = A_1B_1$ et $A_1B_1 = \alpha.f'_1$

soit $\alpha' = \dfrac{\alpha.f'_1}{f'_2}$ donc. $\alpha' = \dfrac{9{,}33\times10^{-3}\times900}{20}$ = **0,42 rad**

1.5. $G = \dfrac{\alpha'}{\alpha} = \dfrac{f'_1}{f'_2}$ soit $G = \dfrac{900}{20}$ = **45**

Exercice 2 : (10,5 points)

1. Le transfert d'énergie s'effectue de la source chaude vers la source froide.
   Le système {bouilloire + eau} est la source chaude, il cède de l'énergie à l'extérieur (la source froide). Le transfert thermique est donc négatif.



2. Système {eau + bouilloire}
   Par définition de l'énergie interne $\Delta U = C \times \Delta T$,

3. D'après le premier principe de la thermodynamique la variation d'énergie totale du système ΔE est
   $\Delta E = \Delta U + \Delta E_m$ où E_m est l'énergie mécanique et U l'énergie interne du système

   Le système est au repos donc $\Delta E_m = 0$.
   Ainsi $\Delta E = \Delta U$
   Par ailleurs $\Delta U = W + Q$ où W représente le travail mécanique échangé par le système
   Q représente la chaleur échangée par le système, $Q = \Phi.\Delta t$.
   Ici $W = 0$.
   $\Delta U = Q$
   $\Delta U = \Phi \times \Delta T$ où Φ est le flux thermique

   La loi de Newton indique $\phi = h\,S\,(T_0 - T(t))$, soit $\Delta U = h\,.S.(T_0 - T(t)).\Delta t$
   Ainsi $C \times \Delta T = h\,.S.(T_0 - T(t)).\Delta t$ avec $\Delta T = T(t + \Delta t) - T(t)$
   Soit $C.(T(t + \Delta t) - T(t))\ \Delta T = h\,.S.(T_0 - T(t)).\Delta t$

$$C.\frac{T(t + \Delta t) - T(t)}{\Delta t} = h\,.S.(T_0 - T(t))$$

$$\frac{T(t + \Delta t) - T(t)}{\Delta t} = \frac{h\,.S}{C}.(T_0 - T(t))$$

   Pour $\Delta t \to 0$, on obtient :

$$\frac{dT(t)}{dt} = \frac{h\,.S}{C}.(T_0 - T(t))$$

   Par analogie avec $\frac{dT(t)}{dt} = a.(T_0 - T(t))$, on en déduit que $a = \frac{h\,.S}{C}$

4. Vérifions que la solution proposée $T(t) = A\,e^{-at} + T_0$ vérifie l'équation différentielle précédente.

   Pour cela exprimons la somme : $\frac{dT(t)}{dt} + \frac{h\,.S}{C}.(T(t) - T_0) = -a\,A\,e^{-at} + \frac{h\,.S}{C}.(A\,e^{-at} + T_0 - T_0)$

$$\frac{dT(t)}{dt} + \frac{h\,.S}{C}.(T(t) - T_0) = A\,e^{-at}.(-a + \frac{h\,.S}{C})$$

   Or $\frac{dT(t)}{dt} + \frac{h\,.S}{C}.(T(t) - T_0) = 0$, cela est vrai si $\left(-a + \frac{h\,.S}{C}\right) = 0$ car pour tout t le terme $A\,e^{-at}$ n'est jamais nul.

   Ainsi, la solution $T(t) = A\,e^{-at} + T_0$ est solution si $a = \frac{h.S}{C}$

OU

$$\frac{dT(t)}{dt} + a\,T(t) = -a\,A\,e^{-at} + a(A\,e^{-at} + T_0)$$

$$\frac{dT(t)}{dt} + a\,T(t) = -a\,A\,e^{-at} + a(A\,e^{-at}) + aT_0$$

$$\frac{dT(t)}{dt} + a\,T(t) = aT_0$$

Ainsi, la solution $T(t) = A\,e^{-at} + T_0$ est solution de l'équation $\frac{dT(t)}{dt} = a.\left(T_0 - T(t)\right)$

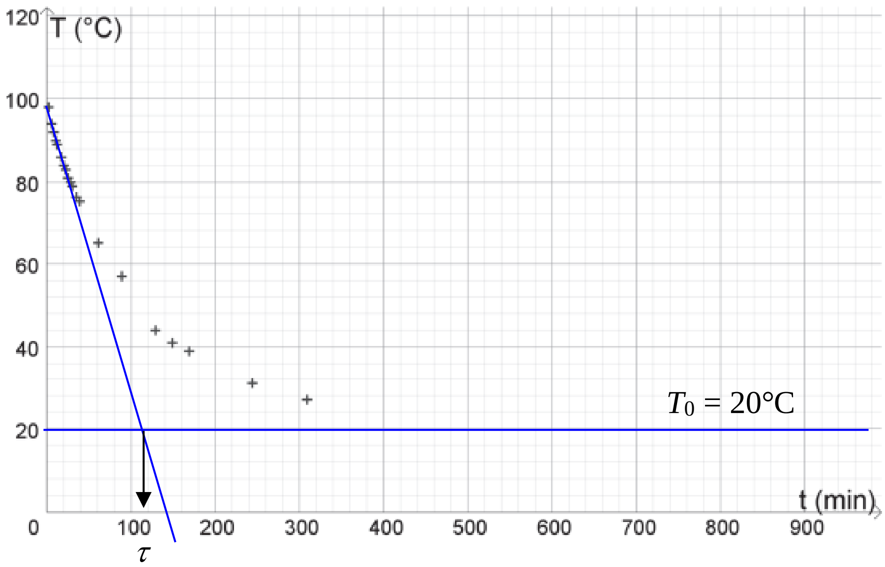
D'autre part, condition initiale à t = 0 s, $T(0) = A + T_0 = T_i$ $\Leftrightarrow$ $A = T_i - T_0$

Finalement : $T(t) = (T_i - T_0).e^{-\frac{h.S}{C}t} + T_0$

5. $[\tau] = \frac{[C]}{[h].[S]} = \frac{\text{J}\cdot\text{K}^{-1}}{\text{W}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{K}^{-1}.\text{m}^2} = \frac{W.s}{W} = s$

On trace la tangente à l'origine, elle coupe l'asymptote $T = T_0$ à la date $t = \tau$.

Évolution de la température de l'eau dans la bouilloire au cours du temps



On lit τ= 1,2×10^2 min.

6. D'après le texte : « la base et le couvercle sont isolés et ont une contribution négligeable dans les pertes thermiques » Par conséquent l'affirmation : *la durée τ sera d'autant plus grande que le diamètre de la base de la bouilloire est élevé* est fausse.

OU

Si le diamètre de la base augmente (pour un même volume de bouilloire), alors la surface S latérale diminue, donc $\tau = \frac{C}{h\,S}$ augmente. L'affirmation est vraie.

7. $T(t) = (T_i - T_0).e^{-\frac{h.S}{C}t} + T_0$

$75 = (100 - 20).e^{-\frac{h.S}{C}t} + 20$

$e^{-\frac{h.S}{C}t} = \frac{75-20}{100-20} = \frac{55}{80} = \frac{11}{16}$ $\quad\quad$ $\ln(e^{-\frac{h.S}{C}t}) = ln\frac{11}{16}$

$-\frac{h.S}{C}\ t = \ ln\frac{11}{16}$ $\quad\quad$ $-\frac{1}{\tau}\ t = \ ln\frac{11}{16}$ $\quad\quad$ $t = -\tau.ln\frac{11}{16} = 45\ min$

Évolution de la température de l'eau dans la bouilloire au cours du temps