Correction

EXERCICE 1 : CAPTEUR D'ARROSAGE CAPACITIF (5,5 points)

A.1. La permittivité de l'air est $\varepsilon_{r,air} = 1{,}0$ alors que celle de l'eau est $\varepsilon_{r,eau} = 80$. En déduire, parmi l'air et l'eau, le milieu pour lequel la capacité du condensateur sera la plus grande.

La capacité est proportionnelle à la permittivité du milieu. On a $\varepsilon_{r,air} < \varepsilon_{r,eau}$ donc $C_{air} < C_{eau}$. La capacité dans l'eau est plus grande que celle dans l'air.

A.2. Justifier alors que, pour une même charge électrique q portée par une armature du condensateur, la tension électrique aux bornes de celui-ci est plus faible quand il est plongé dans l'eau que quand il est laissé à l'air libre.

Pour une même charge q, on peut écrire :

$$q = C_{air} \times u_{C,air} = C_{eau} \times u_{C,eau}$$

On a $C_{air} < C_{eau}$ donc $u_{C,air} > u_{C,eau}$. La tension aux bornes du condensateur est plus dans l'air que dans l'eau.

B.1. Établir, pour le circuit de la **figure 3**, la relation entre E, $u_R(t)$ et $u_C(t)$.

D'après la loi des mailles,

$$u_C(t) + u_R(t) = E$$

B.2. Montrer alors que l'équation différentielle qui régit l'évolution de la tension u_C aux bornes du condensateur est :

$$\frac{du_c(t)}{dt} + \frac{1}{R \times C_{air}} u_c(t) = \frac{E}{R \times C_{air}}$$

On sait que $q = C_{air} \times u_C(t)$ et $i(t) = \frac{dq}{dt}(t)$

D'après la loi d'Ohm,

$$u_R(t) = R \times i(t) = R \times \frac{dq}{dt}(t) = R \times \frac{d(C_{air} \times u_C)}{dt}(t) = R \times C_{air} \times \frac{du_C}{dt}(t)$$

D'après la question précédente,

$$u_C(t) + RC_{air} \times \frac{du_C}{dt}(t) = E$$

D'où

$$\frac{du_C}{dt}(t) + \frac{1}{RC_{air}} u_C(t) = \frac{E}{RC_{air}}$$

B.3.1. Montrer que $u_c(t) = E \times (1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$ est solution de l'équation différentielle à condition que $\tau = R \times C_{air}$

On pose $\tau = RC_{air}$

$$\frac{du_C}{dt}(t) + \frac{1}{RC_{air}} u_C(t) = \frac{d\left(E \times \left(1 - e^{-\frac{t}{RC_{air}}}\right)\right)}{dt}(t) + \frac{1}{RC_{air}} \times E \times \left(1 - e^{-\frac{t}{RC_{air}}}\right)$$

$$= -\frac{1}{RC_{air}} \times E \times \left(-e^{-\frac{t}{RC_{air}}}\right) + \frac{1}{RC_{air}} \times E - \frac{1}{RC} \times E \times e^{-\frac{t}{RC_{air}}}$$

$$= \frac{E}{RC_{air}}$$

B.3.2. Nommer le produit des grandeurs R et C_{air} .

Le produit RC_{air} est le temps caractéristique noté τ.

B.4. Montrer qu'une fois avoir attendu un temps suffisamment long, la charge du condensateur vaut : $Q_{\text{chargé}} = C_{\text{air}} \times E$.

Pour une valeur de t grande, le circuit est en régime permanent ($q(t) = Q_{\text{chargé}}$). Le condensateur est alors totalement chargé donc $u_C(t) = E$. On en déduit que $Q_{\text{chargé}} = C_{\text{air}} \times E$.

EXERCICE 2 : BICYCLE MOTO CROSS (4,5 points)

Q.1. Citer trois modes de transfert thermique.

Les trois modes de transfert thermique sont la conduction, la convection et le rayonnement.

Q.2. En appliquant le premier principe de la thermodynamique, relier la variation d'énergie interne ΔU du système {pilote de BMX} à l'énergie thermique Q.

D'après le principe de conservation de l'énergie : $\Delta E = Q \qquad (ici\ W = 0\ J)$

Le système est au repos (E_m = cte) donc

$$\Delta E = \Delta U + \Delta E_m = \Delta U$$

D'où

$$\Delta U = Q$$

OU

D'après le premier principe de la thermodynamique : $\Delta U = Q \ \ (ici\ W = 0\ J)$

Q.3. Exprimer le flux thermique Φ en fonction de Q et de Δt. Indiquer les unités du système international des grandeurs intervenant dans cette expression.

$$\Phi = \frac{Q}{\Delta t}$$

Avec Φ en watt (W), Q en joule (J) et Δt en seconde (s)

Q.4. Exprimer le flux thermique Φ en fonction de la capacité thermique C, de la variation de température ΔT et de la durée Δt.

Le système est incompressible donc

$$\Delta U = C \times \Delta T$$

En utilisant les relations précédentes, on a :

$$\Phi = \frac{Q}{\Delta t} = \frac{\Delta U}{\Delta t} = \frac{C \times \Delta T}{\Delta t}$$

Q.5. Justifier le signe du flux thermique.

Le flux thermique se fait toujours du corps chaud vers le corps froid. Le flux thermique se fait donc du système vers l'eau. Le système cède le flux thermique donc sa valeur est négative.

Q.6. Calculer à l'aide du modèle la température du pilote au bout de 10 min d'immersion dans l'eau froide.

$$\Delta T = \frac{\Phi \times \Delta t}{\text{C}} = \frac{-4{,}6 \times 10^3\ W\ \times 600\ s}{347 \times 10^3\ J.K^{-1}} = -8{,}0\ K$$

Donc $\Delta\theta$ = -8,0 °C soit $\theta_f = \Delta\theta + \theta_0$ = -8,0 + 37 = 31 °C

Selon le modèle utilisé, le pilote aura une température de 31°C après 10 minutes dans l'eau froide.

Q.7. Indiquer une des raisons expliquant pourquoi ce modèle n'est pas pertinent.

Selon ce modèle le pilote est en hypothermie après 10 min. Ce n'est pas le cas donc le modèle n'est pas pertinent. On ne peut donc pas négliger la thermogénèse.